Cálculo 2 : Prova substitutiva

Junho de 2019

Nome: ____

Responda: Qual prova vai ser substituída? ◯ P1 ◯ P2 ◯ P3

Questões relativas à Prova 1

Questão 1 ....

(20) Responda

(a) (5 points) Ache a equação da reta obtida pela interseção de $P_1 : 2x+5z = -3$ e $P_2 : x+z+2 = 3y$;

(b) (5 points) Considere a equação $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 2z + 2 = 0$. Coloque a equação na forma padrão, classifique e faça um esboço;

(c) (10 points) Em $\mathbb{R}^3$, identifique a superfície cuja equação é dada por $r = 2\sin\theta$, $r \geq 0$.

Questão 2 ....

(25) Considere os planos $\mathcal{P}_1 : x + y - z = 1$, $\mathcal{P}_2 : x + y - 2z = 0$, e os pontos $P_1 = (0, 0, 1)$ e $P_2 = (1, 1, 0)$. Denote por Q_1 a projeção de P_1 sobre $\mathcal{P}_1$ e Q_2 a projeção de P_2 sobre $\mathcal{P}_2$. Descreva analiticamente o segmento de reta que une Q_1 e Q_2.

Questão 3 ....

(20) Considere K o sólido limitado por as superfícies $S_1 : z = 8 - x^2 - y^2$ e $S_2 : z = x^2 + (y - 1)^2$. Escreva o sólido em coordenadas cilíndricas.

Questão 4 ....

(20) Parametrizar a interseção das superfícies $S_1 : x^2 + y^2 + z^2 = 10$ e $S_2 : z + y = 4$.

Questão 5 ....

(25) Seja K o sólido limitado por a esfera $x^2 + y^2 + z^2 = z$, que está acima do cone $z = 4\sqrt{x^2 + y^2}$ e por baixo de $z = \sqrt{x^2 + y^2}$. Escreva o sólido em coordenadas esfericas.

Questões relativas à Prova 2

Questão 1 ....

(20) Encontre o plano tangente à superfície $z = 2x^2 - 3xy + y^2$ paralelo ao plano $\mathcal{P} : 10x - 7y - 2z + 5 = 0$. Para isso:

(a) (10 points) Encontre o vetor normal ao plano, e um ponto do plano tangente requerido

(b) (10 points) Use a informação anterior para encontrar o plano tangente.

Questão 2 ....

(30) Calcule, se existe, os seguintes limites

(a) (10 points) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{tan(x)^2 + tan(y)^2}{\cos(xy)}$.

(b) (10 points) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2}{x^2 + y^2}$.

(c) (10 points) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} \cos\left(\frac{x^2y^2}{x^2 + y^2}\right)$.

Questão 3 ....

(25) Considere

$$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{3x^2y}{x^2 + y^2} & , \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Mostre que f é contínua em $(0, 0)$. Calcule $\partial f(0, 0)/\partial x$.

Questão 4 ....

(20) Seja $z = f(x, y)$ onde $f(x, y) = e^{x^2-y^2}(\cos 2xy + \sin 2xy)$. Mostre que

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

Questão 5 ....

(15) Em um instante, o comprimento de um cateto é um triângulo retângulo é 10 cm e cresce à razão de 1 cm/min, e o comprimento do outro cateto é 12 cm e descresce à razão de 2 cm/min. Encontre a razão de variação da medida do ângulo agudo oposto ao cateto de 12 cm de comprimento no dado instante.

Questões relativas à Prova 3

Questão 1 ....

(20) Considere a equação $e^{2x+y} + \sin(y^2 + x) = 1$. Dê algum motivo teorico para afimar que próximo no ponto $(0, 0)$, a variável y pode ser escrito como função de x. Calcule dy/dx no ponto $(0, 0)$.

Questão 2 ....

(20) Encontre o ângulo que formam as superfícies $S_1 : x^2/16+y^2/25+z^2/9 = 20$ e $S_2 : 2x-z+y = 50$, no ponto $(8, 25, -9)$.

Questão 3 ....

(25) Seja $V(x, y) = xy \exp(y^2 x)$ e considere os pontos $P = (2, 0)$ e $Q = (1/2, 2)$.

(a) (10 points) Determine a taxa de variação do f ponto P na direção de P a Q.

(b) (10 points) Encontre a direção em que V tem a mínima taxa de variação em P_0. Qual é a mínima taxa de variação de V em P_0?

(c) (5 points) Na direção do ponto P ao ponto $(3, 5)$, a função V aumenta ou diminui?

Questão 4 ....

(20) Suponha que um disco circular metálico da forma $x^2 + y^2 \leq 4$ está sujeita a um potencial eletrico $V(x, y) = e^{-x^2-y^2}(2x^2 + 3y^2)$. Encontre os valores máximos e mínimos do potencial eletrico V sob o disco.

(a) (10 points) Descreva corretamente os sistemas não lineares a resolver;

(b) (10 points) Resolva adequadamente os sistemas, e escreva os pontos de máximos e mínimos juntos com seus valores.

Questão 5 ....

(25) Encontre os valores máximos, mínimos locais e os pontos de sela de $f(x, y) = x^3 - y^3 + 3y - 3x - 1$.

(a) (10 points) Ache todos os pontos críticos de $f(x, y)$;

(b) (10 points) Use o teste de segunda derivada para encontrar máximos e mínimos locais

(c) (5 points) Quais são os valores máximos, mínimos locais e os pontos de sela?